

Gerhard Thury, Michael Wüger

Bereinigung von Ausreißern und Kalendereffekten und Saisonbereinigung von ökonomischen Zeitreihen

In der angewandten ökonomischen Forschung wird oft ein multiplikatives saisonales ARIMA-Modell¹⁾ (Box — Jenkins, 1976) zur Beschreibung von saisonbestimmten Zeitreihen herangezogen. Meist erweist sich dieser Ansatz aber als zu restriktiv. Sinnvoller scheint es, davon auszugehen, daß sich eine Zeitreihe aus einem reinen ARIMA-Modell und einer parametrischen Funktion zusammensetzt. Letztere umfaßt Ausreißer und Kalendereffekte.

Arten von Ausreißern und ihre Erfassung

Hier werden vier Arten von Ausreißern unterschieden: additive Ausreißer, Ausreißer infolge von Innovationen, Niveauverschiebungen und zeitlich abklingende Ausreißer.

Ein additiver Ausreißer ist ein Ereignis, das eine Zeitreihe zu einem einzigen Zeitpunkt beeinflusst, z. B. ein Beobachtungsfehler.

Der Störterm in einem ARIMA-Modell wird in der Literatur auch als Innovation bezeichnet. Ein Schock im Störterm wird deshalb als Ausreißer in den Innovationen bezeichnet. Während ein additiver Ausreißer nur einen einzigen Datenpunkt beeinflusst, kann sich eine Änderung im

Zeitreihenanalysen sind ein wichtiges Instrument in der Wirtschaftsforschung. Nicht nur auf der Makro-, sondern auch auf der Mikroebene (Unternehmen) schaffen besondere Ereignisse (Ausreißer) Probleme für die Analyse und Diagnose. Ausreißer und Kalendereffekte in ökonomischen Zeitreihen sind oft Ursache falsch identifizierter und/oder schlechtgeschätzter ökonomischer Modelle und in der Folge schlechter Prognosen und Saisonbereinigungen. Mangels geeigneter einfacher Korrekturmethode wurde dieses Problem lange ignoriert. Der folgende Beitrag stellt einen Ansatz vor, der zur Lösung der „Ausreißerproblematik“ beitragen könnte. Er wird auf drei Zeitreihen angewendet, um optimal geschätzte ARIMA-Modelle zu erhalten, die als Ausgangsbasis für eine modellgestützte Saisonbereinigung dienen sollen. Wo es nötig ist, werden darüber hinaus Kalendereffekte in den Zeitreihen gesondert berücksichtigt.

Störterm gemäß der Ordnung eines Prozesses auf sehr viele Beobachtungen auswirken²⁾.

Ein Niveauausprung im Mittelwert einer Zeitreihe wird in der Literatur über Ausreißer (Chen — Liu — Hudak, 1990) als Niveauverschiebung bezeichnet. Hervorgerufen wird sie z. B. durch eine Änderung der statistischen Basis, aber auch durch eine unvermittelte deutliche Verhaltensänderung der Wirtschaftssubjekte.

Nimmt nach einem Ereignis der Effekt exponentiell gemäß einem Dämpfungsfaktor ab, so spricht man von einem abklingenden Ausreißer³⁾. Solche Reaktionsmuster sind z. B. nach Inkrafttreten von Mehrwertsteuererhöhungen zu erwarten.

Die angeführten Arten von Ausreißern decken also ein breites Spektrum von „Unregelmäßigkeiten“ in Zeitreihen ab. Sie können einerseits durch Verhaltensänderungen der Wirtschaftssubjekte hervorgerufen

werden oder auch rein statistischer Natur sein (Datenfehler, Umstellung der statistischen Basis). Die Ursache eines Ausreißers kann nur durch Zusatzinformationen ermittelt werden.

Die „optische Prüfung“ einer Zeitreihe läßt nur bei sehr einfachen Prozessen auf mögliche Ausreißer schließen. Die benötigte Information über Lage und Art von Ausreißern

¹⁾ ARIMA: Autoregressive Integrated Moving Average

²⁾ Ist eine Zeitreihe stationär (d. h., vereinfacht gesprochen, Mittelwert und Varianz bleiben über die Zeit konstant), so bewirken Änderungen in den Innovationen temporäre Effekte. Ist sie hingegen integriert (d. h. sie wird erst durch Differenzenbildung stationär) treten permanente Effekte auf.

³⁾ Additive Ausreißer und Niveauverschiebungen können als Grenzfälle eines abklingenden Ausreißers aufgefaßt werden, in denen der Dämpfungsfaktor den Wert 0 bzw. 1 annimmt (Chen — Liu — Hudak, 1990; Thury — Wüger, 1992A).

Bern erhält man aus den Residuen eines „optimalen“ Modells. Wie eingangs erwähnt, sind Ausreißer Ursache falsch formulierter Modelle und verzerrter Parameterschätzungen. Die routinemäßige Schätzung eines Modells und die nachfolgende Analyse der Residuen kann daher falsche Ausreißer identifizieren

Aus diesem Grund schlagen *Chen — Liu* (1990) einen iterativen Ansatz für die simultane Schätzung von Modellparametern und Ausreißereffekten vor. Das Erkennen von Ausreißern basiert sowohl auf adaptierten Residuen als auch auf adaptierten Beobachtungen. Zunächst wird ein Modell geschätzt und für die einzelnen Beobachtungen getestet, ob es sich um Ausreißer handelt⁴⁾. Wird ein Ausreißer erkannt, so wird sein Effekt sowohl aus der Residuenreihe als auch aus der Beobachtungsreihe entfernt und das Modell neu geschätzt. Die drei Stufen — Ausreißer erkennen, Ausreißer anpassen und Parameterschätzung auf Basis der korrigierten Reihen — werden sodann wiederholt, bis kein Ausreißer mehr gefunden wird. Dieser Ansatz sollte weitgehend unverzerrte Modellparameter liefern und die Gefahr falscher Ausreißer verringern. Er wird daher in der vorliegenden empirischen Analyse angewandt⁵⁾.

Kalendereffekte

Viele ökonomische Zeitreihen sind neben Trend, Konjunktur und Saison auch durch „Kalendereinflüsse“ geprägt, die von der Periodizität der Daten abhängen (*Cleveland — Devlin*, 1982, *Kohlmüller*, 1987). Für monatliche Beobachtungen haben etwa neben der unterschiedlichen Länge der Monate vor allem die ungleiche Verteilung der Wochentage und die Lage von Feiertagen erhebliche Auswirkungen. Solche Kalendereffekte sind vor allem dann ausgeprägt, wenn den einzelnen Wochentagen unterschiedliches Gewicht zukommt (die Umsätze im Einzelhandel etwa sind an den einzelnen Wochentagen unterschiedlich).

Der erste Schritt zur Berücksichtigung von Kalenderunregelmäßigkeiten besteht immer darin, zu testen, ob eine Quantifizierung der Effekte überhaupt berechtigt ist (*Strohm*, 1986). *Cleveland — Devlin* (1982) schlagen vor, das Spektrum der — von Extremwerten bereinigten — Restkomponente der zu untersuchenden monatlichen Zeitreihe zu schätzen und im Bereich $0,696 \pi$ zu betrachten (7-Tage-Periode). Ist dort eine deutliche Spitze festzustellen, so wird die betrachtete Zeitreihe von Kalendereffekten geprägt⁶⁾. In diesem Fall müssen Verkaufstagsvariable im Modellansatz berücksichtigt werden.

Hier wird der Verkaufstageseffekt durch einen deterministischen Ansatz approximiert unter der Nebenbedingung, daß im langfristigen Durchschnitt die Verkaufstagsanpassungsfaktoren Null sein sollten, was für Saisonbereinigungen wün-

schenswert ist (*Hillmer — Bell — Tiao*, 1985, *Thury*, 1986, *Thury — Wüger*, 1992B).

Zur Erfassung des Ostereffekts wurde unterstellt, daß eine gewisse Zahl von Tagen vor Ostern die Umsätze in einer bestimmten Größenordnung höher sind als im Durchschnitt. Bei additiver Zerlegung einer Zeitreihe liegt zudem eine sinnvolle Beschränkung für den Ostereffekt darin, daß sich der Effekt über die Monate März und April ausgleicht (Näheres siehe z. B. *Thury — Wüger*, 1992B).

Empirische Ergebnisse der Schätzung von Ausreißern und Kalendereffekten

Anhand des oben beschriebenen Ansatzes von *Chen — Liu* (1990) zur Identifikation und Beseitigung von Ausreißern werden die Einzelhandelsumsätze, die Käufe von Pkw und die Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter ana-

Ausreißerschätzung

lysiert. Diese Reihen enthalten bekanntlich Ausreißer, und über den Zeitpunkt ihres Auftretens liegen genaue Informationen vor: Ein Großteil der Ausreißer ist auf politische Maßnahmen zurückzuführen (Übersicht 1).

Für die Umsätze des Einzelhandels stehen monatliche Beobachtungen, für die beiden Konsumreihen nur Quartalswerte zur Verfügung. Sinnvollerweise werden nur für monatliche Beobachtungen Kalendereffekte berücksichtigt, und deshalb wurden nur die Einzelhandelsdaten darauf getestet. Da das Spektrum der Restkomponente eine deutliche Spitze bei der Kalenderfrequenz aufwies, wurden Kalendervariable im Modell zur Erklärung der Einzelhandelsumsätze berücksichtigt (die Ergebnisse der Schätzungen sind Übersicht 2 zu entnehmen).

Das erste Modell ist ein ARIMA-Ansatz ohne jede Anpassung. Im zweiten Modell wurde der Ansatz von *Chen — Liu* (1990) verwendet, um Ausreißer zu identifizieren und zu beseitigen. Das dritte Modell ist eine Neuschätzung eines Interventionsmodells, wie es von *Thury* (1988) und *Thury — Wüger* (1989) verwendet wurde. Interventionsmodelle (*Box — Tiao*, 1975) sind nämlich eine Alternative zum Ansatz von *Chen — Liu* (1990), sie setzen jedoch eine

Fiskalpolitische Maßnahmen, die die Konsumnachfrage beeinflussten Übersicht 1

1. September 1968	Sonderabgabe für den Kauf neuer Pkw
31. Dezember 1970	Auslaufen der Sonderabgabe für den Kauf neuer Pkw
1. Jänner 1973	Einführung der Mehrwertsteuer
1. Jänner 1975	Zollabbau gegenüber der EG auf 40% der Ausgangszölle
1. Jänner 1978	Einführung des dritten Mehrwertsteuersatzes auf Güter des gehobenen Bedarfs
1. Jänner 1984	Anhebung der Mehrwertsteuersätze von 18% auf 20% und von 30% auf 32%
1. Oktober 1985	Einführung der Katalysatorpflicht für neuzugelassene Pkw

⁴⁾ Dazu werden für jeden Beobachtungszeitpunkt vier Teststatistiken (eine für jeden Ausreißertyp) berechnet und der jeweils größte Wert mit einem vorgegebenen kritischen Wert verglichen.

⁵⁾ Der größte Teil der empirischen Ergebnisse wird mit Hilfe dieses Verfahrens errechnet, das Teil des neuesten SCA-Statistikpaketes ist.

⁶⁾ Für diese Kalenderfrequenz kann auch eine heuristische Erklärung herangezogen werden. Unter der Annahme, daß alle Monate gleich lang sind (30,4375 Tage) und daß eine Schwingung mit einer Periode von 7 Tagen in jedem dieser Monate auftritt, kann die Kreisfrequenz einer solchen Schwingung pro Monat wie folgt berechnet werden: $2 \pi / 7 \text{ Tage} = 2 \pi (30,4375 / 7) / \text{Monat} = 8,696 \pi / \text{Monat}$.

ARIMA-Modelle der Umsätze des Einzelhandels **Übersicht 2**

	ARIMA-Modell ohne Ausreißeranpassung	ARIMA-Modell mit Ausreißeranpassung	Interventionsmodell
Θ_1	0.5863 (10.95)	0.7008 (14.89)	0.7090 (14.36)
Θ_{12}	0.5152 (9.22)	0.1846 (2.84)	0.1836 (2.73)
SE	0.0265	0.0185	0.0166
Ausreißer			Typ
Jänner 1973			AA
Dezember 1974			AA
Oktober 1977			NV
Jänner 1978			NV
April 1978			AA
September 1983			ZA
Dezember 1983			AA
Jänner 1984			AA

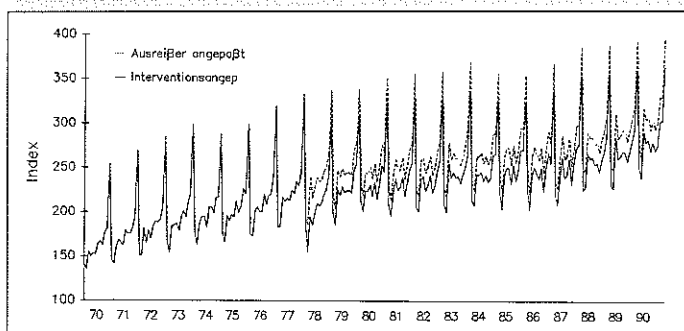
AA ... additiver Ausreißer, NV ... Niveauverschiebung, ZA ... zeitlich abklingender Ausreißer SE Standardfehler kursive Zahlen in Klammern t-Statistik

ziemlich genaue Kenntnis des Auftretens von Ausreißern voraus. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden nur die „Moving-Average“-Parameter der Modelle ausgewiesen.

Die Parameterschätzungen und die Standardfehler des Modells ohne Anpassung weichen deutlich von denen der anderen Modelle ab (Übersicht 2). Die Vernachlässigung von Ausreißern beeinträchtigt also die Ergebnisse der Parameterschätzungen und die Güte der Anpassung erheblich.

Übersicht 2 gibt die gefundenen Ausreißer wieder: Die meisten Effekte der in Übersicht 1 aufgelisteten fiskalischen Maßnahmen wurden richtig erkannt. Die Einführung der Mehrwertsteuer im Jahr 1973 verursachte im I. Quartal eine Kaufzurückhaltung, die Ankündigung der Zollsenkung gegenüber der EG eine Aufschiebung von Käufen. Der Schätzansatz liefert in diesen Fällen negative additive Ausreißer. Die Ankündigung, die Mehrwertsteuer für bestimmte hochwertige Konsumgüter zu erhöhen (dritter Mehrwertsteuersatz), hatte zwischen Oktober und Dezember 1977 massive Vorkäufe zur Folge („Niveauverschiebung“). Das Inkrafttreten der Mehrwertsteuererhöhung mit Jänner 1978 löste dann den erwarteten Konsumeinbruch aus (Niveauverschiebung im Jänner und additiver Ausreißer im April). Anlässlich der Anhebung der Mehrwertsteuer im Jahr 1984 waren ab September 1983 verstärkte Käufe zu beobachten, die zunächst etwas abebbten (abklingender Ausreißer) und im Dezember einen neuen Höhepunkt erreichten (additiver Ausreißer). Die folgende Kaufzurückhaltung schlägt sich in einem negativen additiven Ausreißer im Jänner 1984 nieder (Inkrafttreten der Mehrwertsteuererhöhung). Die Abschaffung der Autosondersteuer und die Einführung der Katalysatorpflicht lösten keine Ausreißer aus, weil die Ausgaben für neue Fahrzeuge nur einen Bruchteil der gesamten Einzelhandelsumsätze ausmachen⁷⁾.

Vergleich der ausreißer- und interventionsangepassten Reihen der Umsätze des Einzelhandels **Abbildung 1**



ARIMA-Modelle für Autokäufe **Übersicht 3**

	ARIMA-Modell ohne Ausreißeranpassung	ARIMA-Modell mit Ausreißeranpassung	Interventionsmodell
Konstante	0.0670 (5.47)	0.0764 (4.51)	0.0794 (4.45)
Θ_1	0.5533 (6.57)	0.3057 (3.44)	0.2363 (2.44)
Θ_4	0.8110 (15.20)	0.4853 (6.50)	0.4492 (5.63)
Φ	0.8382 (22.63)	0.7929 (23.30)	0.7909 (19.63)
SE	0.2317	0.1054	0.0993
Ausreißer			Typ
III. Quartal 1968			IA
IV. Quartal 1968			ZA
I. Quartal 1969			AA
I. Quartal 1970			ZA
IV. Quartal 1972			AA
I. Quartal 1974			NV
IV. Quartal 1977			IA
I. Quartal 1978			ZA
II. Quartal 1984			ZA
IV. Quartal 1985			IA

IA ... Ausreißer in den Innovationen, ZA ... zeitlich abklingender Ausreißer, AA ... additiver Ausreißer, NV ... Niveauverschiebung SE Standardfehler kursive Zahlen in Klammern t-Statistik

In den meisten Fällen stimmt die Größenordnung der gefundenen Ausreißer sehr gut mit den Schätzungen der Interventionsmodelle überein (Abbildung 1). Größere Abweichungen sind erst ab 1978 zu beobachten. Bis zu diesem Zeitpunkt liefern die beiden Verfahren (Interventionsmodell und Ausreißerbereinungsverfahren) identische Resultate; danach unterscheiden sich die Reihen im Niveau, die Entwicklung verläuft jedoch parallel. Diese Tatsache läßt sich quantitativ verifizieren. Regressiert man die beiden Reihen aufeinander, so erhält man eine von Null verschiedene Konstante und einen Regressionskoeffizienten von 1. Das angewandte Verfahren zum Aufsuchen und zur Beseitigung von Ausreißern macht demnach die Formulierung und Schätzung eines Interventionsmodells für die Einzelhandelsumsätze unnötig.

Für die Autokäufe weichen die Schätzungen der AR- (autoregressiven) und MA-Parameter (Moving Average) sowie des Standardfehlers des nicht angepassten Modells

⁷⁾ Nach den Ergebnissen der Handelserhebung 1988 entfallen knapp 10% der Umsätze des Einzelhandels auf den Fahrzeughandel, der jedoch neben Neuwagen zum Teil auch Gebrauchtwagen verkauft und auch Umsätze mit Service und Reparatur tätigt.

ARIMA-Modelle für die Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter **Übersicht 4**

	ARIMA-Modell ohne Ausreißeranpassung	ARIMA-Modell mit Ausreißeranpassung 1 Stufe	Interventionsmodell
Konstante	0 0515 (4 39)	0 0615 (6 99)	0 0577 (3 70)
θ_1	0 4740 (5 95)	0 3185 (3 54)	0 3179 (3 33)
θ_2	0 6760 (10 20)	0 4699 (6 16)	0 4433 (5 45)
ϕ	0 8951 (26 43)	0 8420 (23 00)	0 8405 (18 89)
SE	0 0774	0 0646	0 0483
Ausreißer			Typ
IV Quartal 1968			ZA
IV Quartal 1972			AA
I Quartal 1978			AA
I Quartal 1984			NV
		2 Stufe	
Konstante		0 0610 (7 01)	
θ_1		0 3229 (3 60)	
θ_2		0 4817 (6 38)	
ϕ		0 8441 (23 47)	
SE		0 0452	
Ausreißer			Typ
I Quartal 1963			AA
III Quartal 1968			ZA
I Quartal 1971			IA
IV Quartal 1977			AA
II Quartal 1978			NV
I Quartal 1988			IA

ZA ... zeitlich abklingender Ausreißer, AA ... additiver Ausreißer, NV ... Niveauverschiebung, IA ... Ausreißer in den Innovationen SE Standardfehler kursive Zahlen in Klammern t-Statistik

noch deutlicher von denen der beiden anderen Modelle ab als für den Einzelhandel insgesamt (Übersicht 3). Der Hauptgrund dafür liegt darin, daß Autokäufe am stärksten von fiskalischen Maßnahmen betroffen sind.

Auch in der Zeitreihe der Autokäufe wurden Ausreißer überwiegend richtig erkannt. Die Einführung der Autosondersteuer (1968) löste ähnliche Reaktionsmuster der Konsumenten aus wie die Einführung des dritten Mehrwertsteuersatzes (1978): Vorkäufe (positive Ausreißer in den Innovationen) unmittelbar vor und eine vorübergehende Kaufzurückhaltung (abklingender Ausreißer) nach Inkrafttreten der wirtschaftspolitischen Aktionen. Für beide fiskalische Maßnahmen entspricht die Größenordnung des Ausreißers weitgehend der aus einem Interventionsmodell abgeleiteten Schätzung. Abweichend von den Einzelhandelsumsätzen bewirkte die Einführung der Katalysatorpflicht in der Reihe der Pkw-Käufe einen Ausreißer

Über die Effekte der bekannten fiskalischen Maßnahmen hinaus wurden weitere Ausreißer identifiziert (Übersicht 3), die jedoch meist ökonomisch sinnvoll erklärt werden können, etwa der abklingende Ausreißer Anfang 1970 und die Niveauverschiebung im Jahr 1974: Anfang 1970 setzte die Diskussion über das Auslaufen der Autosondersteuer ein, die mit Jahresende dann tatsächlich abgeschafft wurde. Die Konsumenten schoben daher Pkw-Käufe auf (temporärer Einbruch der Anschaffungen von neuen Pkw). Die negative Niveauverschiebung im Jahr 1974 spiegelt die Erdölkrise und die Unsicherheiten über die künftige Treibstoffversorgung. Für den additiven Ausreißer im Jahr 1969 findet sich hingegen keine ökonomische Begründung, möglicherweise beruht er auf einem Datenfehler.

Das Auftreten von Ausreißern unabhängig von bekannten fiskalischen Maßnahmen zeigt die engen Grenzen auf, die Interventionsmodellen gesteckt sind: Mögliche Ausreißer müssen im voraus bekannt sein. Das hier angewandte Verfahren zur Auffindung von Ausreißern benötigt keine Vorinformation und liefert darüber hinaus gewisse Zusatzinformationen.

Auch für die Umsätze mit dauerhaften Konsumgütern weichen die Parameterschätzungen des reinen ARIMA-Modells (ohne Ausreißeranpassung; Übersicht 4) deutlich von jenen der beiden anderen Modelle ab. Im Gegensatz zu den Käufen von Pkw und den Einzelhandelsumsätzen insgesamt fällt jedoch der Standardfehler im Interventionsmodell deutlich niedriger aus als im ausreißerangepaßten ARIMA-Modell. Das automatische Anpassungsverfahren liefert weniger Ausreißer, als im Interventionsmodell berücksichtigt werden. Manche Ausreißer werden unter mehreren etwa gleich großen Werten in den Residuen nicht erkannt.

Für Zeitreihen mit solchen Eigenschaften bringt die Schätzung eines Interventionsmodells Vorteile, die nötige Vorinformation über fiskalische Maßnahmen vorausgesetzt. Fehlt diese Information, kann man mit dem automatischen Ausreißerbereinigungsverfahren jedoch stufenweise vorgehen. Im ersten Schritt wird das Verfahren auf die Originalreihe angewendet und die gefundenen Ausreißer entfernt. Auf die angepaßte Reihe wird in einem zweiten Schritt das Verfahren zur Auffindung von Ausreißern nochmals angewendet. Die Ergebnisse eines solchen stufenweisen Ausreißerauffindungsverfahrens (Übersicht 4) sind sehr zufriedenstellend. Die Parameterschätzungen des zugrundeliegenden Modells ändern sich kaum, die Schätzungen des Standardfehlers sinken deutlich, und insgesamt werden ausreichend viele ökonomisch interpretierbare Ausreißer identifiziert.

Schätzung der Kalendereffekte

Verkaufstageeffekte konnten nur für die Einzelhandelsumsätze ermittelt werden, weil nur für diese Zeitreihe monatliche Beobachtungen zur Verfügung stehen. Für die Verkaufstage ergeben sich durchwegs statistisch signifikante Parameter⁸⁾. Die Schätzwerte der einzelnen

⁸⁾ Die marginalen Abweichungen der Moving-Average-Parameter in der dritten bzw. vierten Stelle nach dem Komma zwischen den Einzelhandelsmodellen in Übersicht 2 und Übersicht 6 sind darauf zurückzuführen, daß bei der Schätzung der Kalendereffekte in Übersicht 6 aus technischen Gründen ein zweistufiger Ansatz verwendet werden mußte.

Wochentagsgewichte entsprechen den Erwartungen. Montage und Samstag haben ein leicht negatives Gewicht, für alle anderen Wochentage wurde ein positives Gewicht ermittelt, das höchste für den Freitag. Da die Koeffizienten der einzelnen Wochentage recht unterschiedlich sind, kann man, wie oben festgestellt, die Kalendereffekte im Einzelhandel als hoch einstufen.

Auch der Koeffizient für Ostern ist statistisch gut abgesichert. Seine Dauer beträgt 10 Tage, d. h. 10 Tage vor dem Ostersonntag (mit Beginn der Osterferien) steigen die Einzelhandelsumsätze merklich.

Modellgestützte Saisonbereinigung

Die Erkenntnisse über die Bedeutung von Ausreißern und zum Teil auch von Kalendereffekten für die Schätzung von Modellen können für ein modellgestütztes Saisonbereinigungsverfahren genutzt werden.

Zur Saisonbereinigung wird eine beobachtete Zeitreihe (Y_t) in eine Trend- (T_t), Saison- (S_t) und irreguläre Komponente (I_t) zerlegt. Unterstellt man der Einfachheit halber ein additives Modell⁹⁾, so erhält man

$$(1) \quad Y_t = T_t + S_t + I_t$$

Lange Zeit wurde diese Zerlegung ohne exakte Definition der Komponenten gemacht. Es herrschten empirische Methoden vor wie Census X-11 (Shiskin — Young — Musgrave, 1967), die diese Komponenten eher beschrieben als exakt definierten. Erst als Zeitreihenanalysen an Bedeutung gewannen, wurden die empirischen Methoden durch theoretisch gut fundierte, modellgestützte Ansätze ersetzt. Die vorliegende Arbeit stützt sich auf einen ARIMA-Modellansatz, der auf Hillmer — Tiao (1982) zurückgeht; er leitet Modelle für die Trend-, Saison- und irreguläre Komponente ab, die mit dem zugrundeliegenden ARIMA-Modell konsistent sind. Es wird angenommen, daß diese Komponenten folgenden ARIMA-Modellen genügen:

$$(2) \quad \begin{aligned} \Phi_T(B) T_t &= \Theta_T(B) b_t, \\ \Phi_S(B) S_t &= \Theta_S(B) c_t, \\ \Phi_I(B) I_t &= \Theta_I(B) d_t. \end{aligned}$$

B bezeichnet den Verschiebeparameter ($BT_t = T_{t-1}$). Jedes Paar der Polynome $\{\Phi_T(B), \Theta_T(B)\}$, $\{\Phi_S(B), \Theta_S(B)\}$ und $\{\Phi_I(B), \Theta_I(B)\}$ hat seine Wurzeln auf oder außerhalb des Einheitskreises und hat keine gemeinsamen Wurzeln. b_t , c_t und d_t sind drei wechselseitig unabhängige „White-Noise-Prozesse“, identisch und unabhängig normalverteilt ($N(0, \sigma_b^2)$, $N(0, \sigma_c^2)$, $N(0, \sigma_d^2)$). Die Annahme, daß die Komponentenmodelle vom Typ eines ARIMA-Modells sind, ist — wie man durch Einsetzen von (2) in (1) zeigen kann — dann erfüllt, wenn die beobachtete Reihe Y_t einem ARIMA-Modell folgt.

Kennt man die verschiedenen Polynome in (2), so sind mit Hilfe von „Signalextraktionsverfahren“ (Whittle, 1963, Cleveland — Tiao, 1976, Thury, 1985) Schätzungen für die Komponenten (T_t , S_t , I_t) möglich. Da diese nicht bekannt sind, ist es aber nicht möglich, die Komponenten direkt zu schätzen. Man kann jedoch das ARIMA-Modell

für die beobachtete Zeitreihe Y_t schätzen und diese Schätzung für die Herleitung der Komponentenmodelle verwenden.

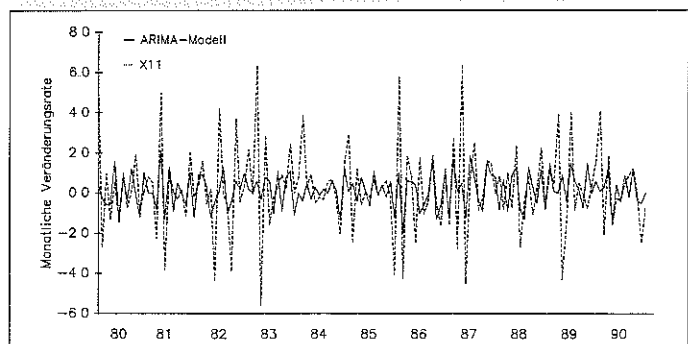
Unter vorher festgelegten Annahmen über die Komponentenmodelle ist dieses Vorgehen zielführend. Folgende Annahmen für Trend- und Saisonkomponente wurden zugrunde gelegt:

Da sich der Trend erfahrungsgemäß über die Zeit ändert, wird man einem stochastischen gegenüber einem deterministischen Modell des Trends den Vorzug geben. Hillmer — Tiao (1982) unterstellen daher für die Trendkomponente ein nichtstationäres stochastisches Trendmodell, das als ein „polynomiales Trendmodell mit stochastischen Koeffizienten“ aufgefaßt werden kann.

Ein deterministisches Saisonkomponentenmodell mit der Periodizität s ($s = 4$ für Quartalsdaten und $s = 12$ für Monatsdaten) hat die Eigenschaft, daß es sich alle s Perioden wiederholt und daß die Summe von s aufeinanderfolgenden Termen eine Konstante ist, die ohne Beschränkung der Allgemeinheit als Null angenommen wird. Für ökonomische Zeitreihen ist die Annahme eines fixen Saisonmusters sicher zu restriktiv. Man unterstellt eher Saisonkomponenten mit stochastischen Elementen, wobei man aber von einem lokal „regulären“ Saisonmuster ausgeht, d. h. die Summe von s aufeinanderfolgenden Termen sollte zufällige Werte annehmen, die sich um Null häufen. Hillmer — Tiao (1982) schlagen ein stochastisches Modell der Saisonkomponente vor, das garantiert, daß die Summe von s aufeinanderfolgenden Werten etwa Null ist und das im Saisonfrequenzbereich hohe Mächtigkeit besitzt.

Selbst die oben beschriebenen Annahmen über den Trend und die Saisonkomponente und die Information aus dem ARIMA-Modell der Originalreihe reichen nicht aus, ein eindeutiges Modell für die Komponenten (Trend-, Saison-, irreguläre Komponente) sicherzustellen. Eine zusätzliche Annahme ist erforderlich: Es scheint plausibel, so viel Variabilität wie möglich aus Trend- und Saisonkomponente herauszufiltern. Deshalb schlagen Hillmer — Tiao eine „kanonische“ Zerlegung vor, die die Varianz der irregulären Komponente maximiert und die der anderen zwei Komponenten minimiert. Sie hat u. a. zwei attraktive Eigenschaften:

ARIMA-modellgestützte und X-11-saisonbereinigte Zeitreihen der Einzelhandelsumsätze Abbildung 2



⁹⁾ Nichtadditive Zerlegungen können durch eine Transformation der Rohdaten leicht in additive umgewandelt werden.

Unterschiede in den Schwankungen von verschiedenen Saisonbereinigungsverfahren *Übersicht 5*

Methode	STD	σ^2
Modellgestützt		
Ohne Ausreißer und Kalendereffekte	3 523	12 409
Mit Kalendereffekten	1 867	3 488
Mit Ausreißern	2 978	8 869
Mit Ausreißern und Kalendereffekten	0 867	0 751
X-11 (ausreißerangepaßt)		
Ohne Kalendereffekte	3 500	12 253
Mit Kalendereffekten	2 294	5 263

STD = Standardabweichung der Veränderungsrate σ^2 = Varianz der Veränderungsrate

- Sie ist eindeutig, und
- sie macht Trend- und Saisonkomponente so deterministisch wie möglich, bei gleichzeitiger Konsistenz mit der in den Daten enthaltenen Information

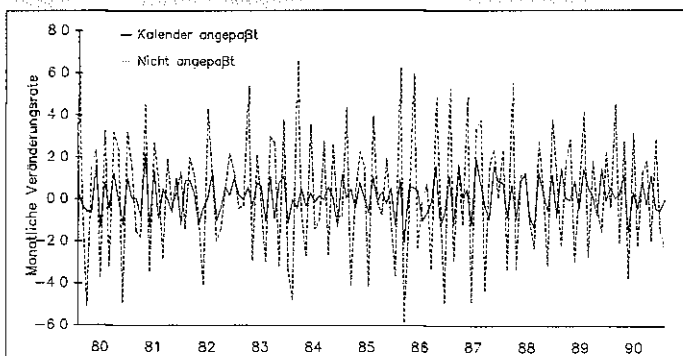
Wenn die stochastische Struktur der Komponentenmodelle definiert ist, kann man wie erwähnt mit gängigen Signalextraktionsmethoden Trend- und Saisonkomponente bestimmen. Die irreguläre Komponente ergibt sich als Differenz zwischen der Originalreihe und den anderen zwei Komponenten ($I_t = Y_t - T_t - S_t$).

Zur Saisonbereinigung müssen die Kalender- (K_t) und Osterunregelmäßigkeiten (O_t) sowie Ausreißereffekte (A_t) einer Zeitreihe (Z_t) zunächst eliminiert werden und die verbleibende Reihe ($Y_t = Z_t - K_t - O_t - A_t$) nach der beschriebenen Methode in ihre Komponenten (Trend-, Saison- und irreguläre Komponente) zerlegt werden

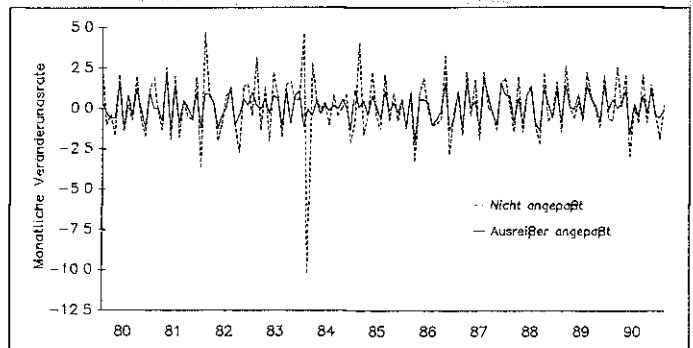
Der Einfluß dieser Faktoren (A_t, O_t, K_t) auf Einzelhandelsumsätze, Käufe von Pkw und Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter wurde weiter oben ermittelt. Kalendereffekte konnten wie erwähnt nur für die Einzelhandelsumsätze berücksichtigt werden.

Die Moving-Average-Parameter der Einzelhandelsumsätze betragen $\Theta_1 = 0,70$ und $\Theta_{12} = 0,18$ (Übersicht 2). Cleveland - Tiao (1976) zeigen, daß die Filter, die in der X-11-Saisonbereinigung angewendet werden, dann optimal sind, wenn der saisonale MA-Parameter (Θ_{12}) der Zeitreihe etwa 0,4 beträgt. Da die vorliegenden Schätzungen deutlich von diesem Wert abweichen, ist zu erwarten, daß eine Sai-

Die Bedeutung von Kalendereffekten für ein modellgestütztes Saisonbereinigungsverfahren der Einzelhandelsumsätze *Abbildung 3*



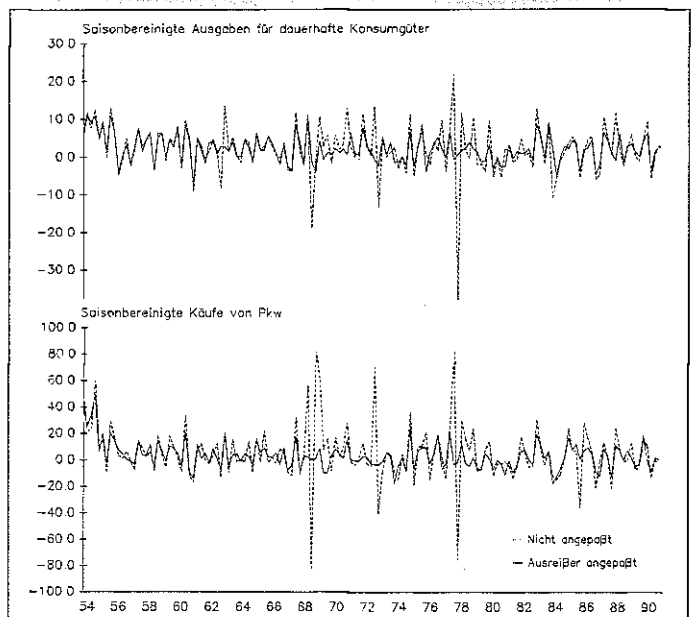
Die Bedeutung von Ausreißern für ein modellgestütztes Saisonbereinigungsverfahren der Einzelhandelsumsätze *Abbildung 4*



sonbereinigung der Einzelhandelsumsätze auf Basis eines ARIMA-Modells einerseits und mit X-11 andererseits recht unterschiedliche Ergebnisse liefert (Abbildung 2): Die Veränderungsrate der mit X-11 saisonbereinigten Reihe schwanken wesentlich stärker als jene aus dem modellgestützten Ansatz (die Varianz der Veränderungsrate gegenüber dem Vormonat der X-11-Bereinigung ist mehr als siebenmal so groß wie die des modellgestützten Saisonbereinigungsverfahrens; Übersicht 5)

Doch auch innerhalb der modellgestützten Ansätze ergeben sich deutliche Unterschiede, die die Bedeutung der Bereinigung um Ausreißer- und/oder Kalendereffekte vor Augen führen (Übersicht 5, Abbildungen 3 und 4). Ohne Bereinigung um Ausreißer und Kalenderunregelmäßigkeiten ist die Varianz der auf Basis des ARIMA-Modells saisonbereinigten Reihe mehr als 16mal so hoch wie nach Ausschaltung dieser beiden Effekte und ebenso hoch wie die Schwankungen einer X-11-saisonbereinigten Reihe ohne Verkaufstagsanpassung¹⁰⁾. Durch die Berücksichtigung von Ausreißer-

Quartalsveränderungsraten der saisonbereinigten Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter und Käufe von Pkw *Abbildung 5*



¹⁰⁾ Allerdings muß hier berücksichtigt werden, daß auch das X-11-Verfahren um Ausreißer bereinigt, indem Extremwerte durch langfristig gleitende Durchschnitte ersetzt werden.

ARIMA-Modell der realen Einzelhandelsumsätze

Übersicht 6

Bereinigt um Ausreißer

$$(1 - B)(1 - B^{12}) \ln EH_t =$$

$$0,0456 (1 - B)(1 - B^{12}) OD_t - 0,0056 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{1,t} + 0,0054 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{2,t} +$$

$$+ 0,0047 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{3,t} + 0,0034 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{4,t} + 0,0131 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{5,t} -$$

$$- 0,0068 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{6,t} + 0,0249 (1 - B)(1 - B^{12}) T_{7,t} + (1 - 0,7005 B)(1 - 0,1852 B^{12}) a_t$$

SE = 0 0185 DW = 2 02 Q(24) = 18 8

B = Verschiebungsoperator: $B^k y_t = y_{t-k}$
 EH = Index der Einzelhandelsumsätze, real
 OD = Dummy für den Ostereffekt
 ln = natürliche Logarithmen

$T_{1,t}$ = Zahl der Montage minus Zahl der Sonntage im Monat t,
 $T_{2,t}$ = Zahl der Samstage minus Zahl der Sonntage im Monat t,
 $T_{3,t}$ = Anzahl der Tage im Monat t,

Kursive Zahlen in Klammern = Standardfehler

Bern im modellgestützten Ansatz verringert sich die Varianz der Veränderungsrate der saisonbereinigten Reihe von 12,4 auf 8,9 (-28,5%), nach Berücksichtigung von Kalendereffekten sogar auf 3,4 (-71,9%). Letzteres unterstreicht die große Bedeutung des Kalenders für die Umsätze des Einzelhandels, wie sie sich auch aus den unterschiedlichen Gewichten der einzelnen Wochentage ergibt.

Die MA-Saisonparameter erreichen sowohl für die Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter als auch für die Pkw-Käufe eine Größenordnung von 0,4 (Übersichten 3 und 4), sodaß zwischen einer Saisonbereinigung nach dem X-11-Verfahren und aufgrund eines ARIMA-Modells keine gravierenden Unterschiede zu erwarten sind. Hier geht es somit um die Folgen der Ausreißerbereinigung für die saisonbereinigten Reihen (Saisonbereinigung auf der Basis des ARIMA-Modells von Hillmer — Tiao, 1982):

Die Entfernung der Ausreißer liefert einen wesentlich glatteren Verlauf der saisonbereinigten Reihe (Abbildung 5). Die Varianz der Vorquartalsveränderung der saisonbereinigten Reihe der Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter sinkt dadurch von 44,2 auf 13,7 (-69,0%), jene der Käufe von Pkw von 460,0 auf 103,7 (-77,5%). Die deutlichere Reduktion der Varianz in den saisonbereinigten Konsumreihen im Vergleich zu den Einzelhandelsumsätzen insgesamt (-28,5%) ist darauf zurückzuführen, daß die Ausreißer hauptsächlich auf fiskalische Maßnahmen zurückgehen, die sich erfahrungsgemäß auf die Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter auswirken, insbesondere auf jene für Pkw (Wüger, 1981, Puwein — Stankovskiy — Wüger, 1984, Thury, 1988). Diese Gütergruppen machen aber nur einen Teil der gesamten Einzelhandelsumsätze aus (nach den Ergebnissen der letzten Bereichszählung etwa 25%).

Schlußfolgerungen

Das Verfahren zum Auffinden und Beseitigen von Ausreißern nach Chen — Liu (1990) ist im Falle der Einzelhandelsumsätze sowie der Pkw-Käufe eine sinnvolle Alternative zu den relativ komplizierten Interventionsmodellen. Es kommt nicht nur ohne Vorinformation über die Lage von

Ausreißern aus, sondern kann auch Zusatzinformationen über die eng gefaßten Effekte wirtschaftspolitischer Maßnahmen hinaus liefern. In der Reihe der Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter wurden hingegen zunächst nicht alle fiskalisch bedingten Ausreißer erkannt und erst in der zweiten Stufe der Bereinigung zufriedenstellende Ergebnisse erzielt. Kalendereffekte konnten in der Zeitreihe der Einzelhandelsumsätze nachgewiesen werden.

Erst die Berücksichtigung von Ausreißern und Kalenderrunregelmäßigkeiten gewährleistet eine sinnvolle Schätzung von ARIMA-Modellen, die u.a. Ausgangspunkt für eine modellgestützte Saisonbereinigung sind. Verglichen mit rein empirisch-technischen Methoden (Census X-11) hat hier der ARIMA-Modellansatz zwei grundlegende Vorteile: Die Annahmen über Trend-, Saison- und irreguläre Komponente werden explizit dargelegt, und die in den Daten enthaltene Information wird effizient genutzt. Anhand der Einzelhandelsumsätze zeigte sich, daß die mechanistische Anwendung von empirischen Methoden zur Saisonbereinigung (Census X-11) zu sehr unrealistischen Ergebnissen führen kann. Ein ARIMA-Modellansatz in Kombination mit einer Bereinigung um Kalendereffekte und Ausreißer ist wesentlich erfolgreicher. Durch die Bereinigung um Ausreißer konnte auch die modellgestützte Saisonbereinigung der Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter und für Pkw (für die die Kalendereinigung nicht möglich war) deutlich verbessert werden.

Literaturhinweise

Box G E P, Jenkins J M. Time Series Analysis: Forecasting and Control 2nd Edition. Holden-Day, San Francisco 1976
 Box G E P, Tiao G C. Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems. Journal of the American Statistical Association. 1975 70(349) S 70-79
 Chen C, Liu L M. Joint Estimation of Model Parameters and Outlier Effects in Time Series. Scientific Computing Associates Working Paper. 1990. (116)
 Chen C, Liu L M, Hudak G B. Outlier Detection and Adjustment in Time Series Modeling and Forecasting. Scientific Computing Associates. Lisle 1990
 Cleveland W S, Devlin S J. Calendar Effects in Monthly Time Series: Modeling and Adjustment. Journal of the American Statistical Association. 1982 77(379) S 520-528.

Cleveland, W. P., Tiao, G. C. „Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the X-11 Program“, Journal of the American Statistical Association 1976 71(335), S. 561-567.

Hillmer, S. C., Bell, W., Tiao, G. C. „Modeling Considerations in the Seasonal Adjustment of Economic Time Series“ Scientific Computing Associates Working Paper 1985, (112)

Hillmer, S. C., Tiao, G. C. „An ARIMA Model-Based Approach to Seasonal Adjustment“ Journal of the American Statistical Association 1982 77(377) S. 63-70

Kohlmüller, G. „Analyse von Zeitreihen mit Kalenderunregelmäßigkeiten“ Quantitative Ökonomie 1987 2

Puwein, W., Stankovsky, J., Wüger, M. „Vorziehkäufe im Jahr 1983“ WIFO-Monatsberichte, 1984 57(4)

Shiskin, J., Young, A. H., Musgrave, J. C. „The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program“, U. S. Department of Commerce, Bureau of the Census Technical Paper 1967 (15)

Strohm, W. „Zur Frage der Kalenderbereinigung von Zeitreihen“ Wirtschaft und Statistik 1986, (6) S. 421-428

Thury, G. „Seasonal Adjustment by Signal Extraction“ Empirica 1985, 12(2) S. 191-207

Thury, G. „The Consequences of Trading Day Variation and Calendar Effects for ARIMA Model Building and Seasonal Adjustment“ Empirica 1986 13(1) S. 3-26

Thury, G. „Intervention Analysis of Consumer Expenditure in Austria“ Empirica 1988, 15(2) S. 295-325

Thury, G., Wüger, M. „Das Weihnachtsgeschäft im Einzelhandel“ WIFO-Monatsberichte, 1989 62(12) S. 700-705

Thury, G., Wüger, M. (1992A) „Outlier Detection and Adjustment. An Empirical Analysis for Austrian Data“ Empirica 1992 19(1) (erscheint demnächst)

Thury, G., Wüger, M. (1992B) „Outlier Detection and Seasonal Adjustment“ Wien, 1992 (mimeo)

Whittle, P. „Predictions and Regulations by Linear Least-Squares Methods“ Van Nostrand Princeton 1963

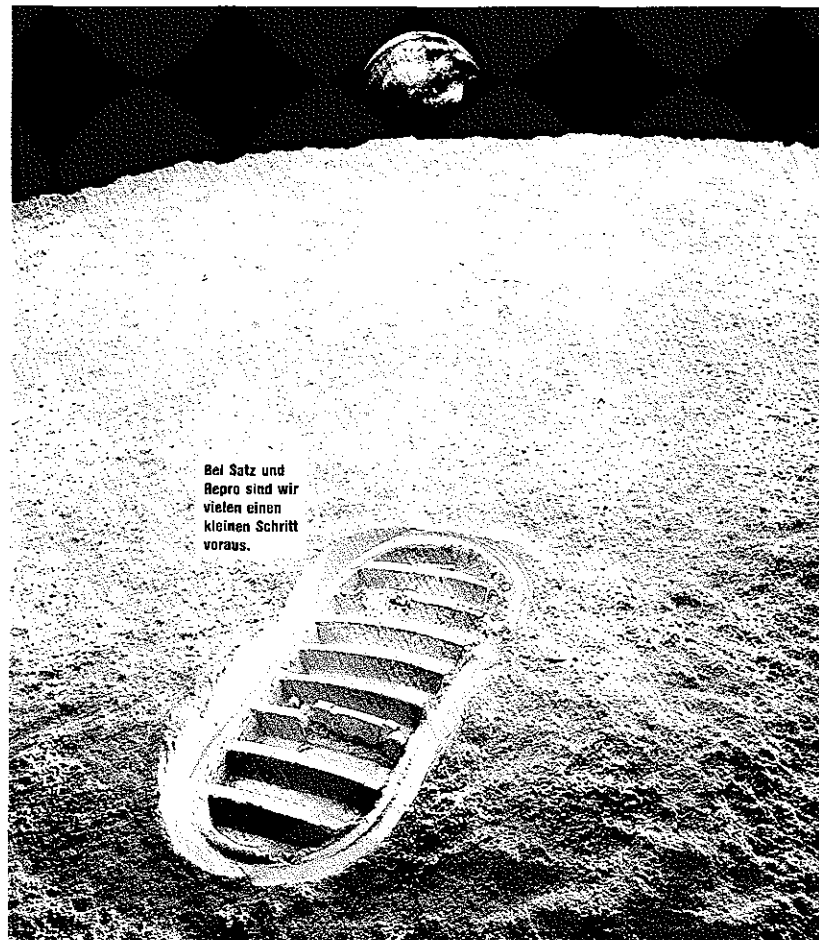
Wüger, M. „Dauerhafte Konsumgüter — Nachfrage und Ausstattung der österreichischen Haushalte“ WIFO-Monatsberichte 1981 54(2)

2100 Korneuburg,
Industriestraße 1
Telefon 0 22 62/56 15,
Telefax 56 18

1150 Wien,
Johnstraße 83-85
Telefon
0 22 2/982 38 56-58,
Telefax 982 38 56/20

SRZ

SATZ
REPRO
ZENTRUM
KORNEUBURG
GES. M. B. H.



Bei Satz und
Repro sind wir
vielen einen
kleinen Schritt
voraus.